\documentclass[a4paper,10pt]{article}

\usepackage[spanish]{babel}

\usepackage[utf8]{inputenc}

\usepackage[T1]{fontenc}

\usepackage{amsmath,amsfonts,amssymb}

\title{TAREA}

\author{José Millán}

\date{today}

\begin{document}

$(\forall m |: n \leq m \vee n \geq s(m))$\\

Hacemos una demostración por inducción:\\

Caso base: m=0\\

$n\leq 0 \vee n \geq s(0)$\par $n \leq 0 \vee n \geq 1$\\

Sabemos que $(n\leq m \equiv n<m \vee n=m)$ ,entonces $(n<0 \vee n=0\wedge n \geq 1)$\\

Cualquier número n $\in \mathbb{N}$ tiene dos posibilidades: o es igual a cero o es mayor o igual a uno. Por lo que queda demostrado el caso base $m=0$\\

$\therefore P(0)$\\

Para pobrar el caso inductivo:\\

Hipotesis inductiva: $n \leq m \vee n \geq s(m)$, como sabemos que $s(m)=m+1$ podemos reescribir la hipotesis como:\\

$P(n) \equiv n \leq m \vee n \geq (m+1)$\\

Tesis inductiva:$n \leq (m+1) \vee n \geq s(m+1)$,como sabemos que $s(m+1)=m+2$ podemos rescribir la tesis como:\\

$P(n+1) \equiv n \leq (m+1) \vee n \geq (m+2)$\\

Partimos de la hipotesis inductiva\\

=>$(n \leq m) \vee (n \geq (m+1))$\par Podemos reescribir $(n \leq m)$ como $(n\leq m < m+1)$ como n es menor o igual a m y a su vez m es menor que $m+1$ es correcto concluir que $n<m+1$\\

=>$(n < m+1) \vee (n \geq (m+1))$\par Sabemos que $(n\leq m \equiv n<m \vee n=m)$ por lo que podemos reescribir $(n \geq (m+1))$ como $(n>(m+1) \vee n=(m+1))$\\

=>$(n < m+1) \vee(n>(m+1) \vee n=(m+1))$\par Una propiedad de los numeros naturales es: $(m>n \implies (\exists k|:k\neq 0 \wedge m+k=n ))$ por lo que podemos reescribir $n>(m+1)$ como $(\exists k|:k\neq 0 \wedge m+1+k=n ))$\\

=>$(n < m+1) \vee((\exists k|:k\neq 0 \wedge m+1+k=n )\vee n=(m+1))$\par Como k es un número natural distinto podemos usar el número 1 y reescribir:\\

=>$(n < m+1) \vee(( m+1+1=n )\vee n=(m+1))$\par =>$(n < m+1) \vee(( m+2=n )\vee n=(m+1))$ \par Como la disyunción es asociativa podemos reescribir la expresión:\\

=>$((n < m+1)\vee n=(m+1))\vee( m+2=n)$\par Como sabemos que$(n\leq m \equiv n<m \vee n=m)$ podemos reescribir la expresión:\\

=>$(n\leq (m+1))\vee (n=m+2)$\par Haciendo un debilitamiento a $(n=m+2)$ podemos reescribir la expresión como:\\

=>$(n\leq (m+1))\vee (n\geq m+2)$\\

Como partiendo de la hipotesis inductiva alcanzamos la tesis inductiva queda demostrado el teorema\\

$\therefore P(n)\implies P(n+1)$

\end{document}